

- **Discriminant analysis:** definizione di j (generalmente 2) funzioni lineari discriminanti, basate su valutazioni quantitative di attributi, utilizzate per posizionare oggetti (marche, prodotti, ecc.) – **applicazioni:** analisi di posizionamento *attribute-based*
- **MDS:** rappresentazione geometrica delle distanze tra oggetti (marche, prodotti, ecc.) non basata su attributi – **applicazioni:** analisi di posizionamento *non attribute-based*, volte a descrivere elementi non razionali/non comunicabili

La discriminant analysis si caratterizza per:

- **essere basata sugli attributi**
- **ricchezza dei dati in input necessari:** sono richieste valutazioni quantitative su tutti gli oggetti rispetto a tutti gli attributi
- **ricchezza delle informazioni in output:** è possibile analizzare le posizioni degli oggetti rispetto alle due principali funzioni discriminanti (interpretazione sintetica), ma anche rispetto ai singoli attributi (vettori)

DISCRIMINANT ANALYSIS

La **discriminant analysis** viene applicata per individuare le **funzioni lineari** capaci di discriminare nel modo più efficiente possibile gli oggetti rispetto agli attributi

Una **funzione lineare discriminante** (f_i) ha forma:

$$f_i = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_px_p$$

Ogni funzione lineare discriminante spiega una certa percentuale (eigenvalue) della varianza totale degli attributi (tutte le funzioni = 100%); è auspicabile che le prime **due** funzioni discriminanti (rappresentabili sugli assi cartesiani) spieghino **livelli di varianza maggiori del 60-70%**

Sulla base dei coefficienti delle funzioni lineari discriminanti, sarà possibile inferire il significato delle stesse e rappresentare, sullo spazio cartesiano, le posizioni degli oggetti (marche/prodotti) rispetto a:

- **le prime due** (in termini di varianza spiegata) **funzioni lineari discriminanti**
- **tutti i singoli attributi**, che possono essere rappresentati sullo spazio cartesiano

Lo spazio cartesiano (asse x: prima funzione discriminante; asse y: seconda funzione discriminante) sul quale verranno posizionati gli oggetti e i singoli attributi viene definito **mapa di posizionamento**

Test di eguaglianza delle medie degli oggetti rispetto agli attributi: attraverso il test F è possibile verificare se gli oggetti mostrano medie significativamente diverse ($p < .05$) rispetto ai singoli attributi (one-way ANOVA per ogni attributo)

Eigenvalue (autovalori) delle funzioni discriminanti e varianza spiegata: per ogni funzione lineare discriminante viene calcolato un eigenvalue, al quale corrisponde una certa percentuale di varianza spiegata – le prime due funzioni discriminanti devono spiegare una percentuale adeguata di varianza (60-70%)

Test Lambda di Wilks: per ogni funzione lineare discriminante viene calcolato il test di Wilks che ne esprime la significatività – è importante che le prime due funzioni discriminanti risultino significative

Matrice di struttura: contiene i coefficienti delle funzioni lineari discriminanti rispetto agli attributi (soluzione ruotata) – permette di inferire il significato delle prime due funzioni discriminanti (focalizzando sugli attributi con coefficienti positivi e negativi più alti in valore assoluto) e contiene le “coordinate” dei singoli attributi sulla mappa di posizionamento

Funzioni dei baricentri (*centroids*) dei gruppi: rappresentano i punteggi standardizzati (e le “coordinate” sulla mappa di posizionamento) degli oggetti (marche/prodotti) rispetto alle funzioni lineari discriminanti

Usando come coordinate i punteggi, rispetto alle prime due funzioni discriminanti, degli attributi (dalla matrice di struttura) e degli oggetti (dalle funzioni dei baricentri dei gruppi) è possibile costruire la **mappa di posizionamento** (file *Positioning.xls*)

DISCRIMINANT ANALYSIS: UN ESEMPIO

Ricerca sul posizionamento delle sit-com

8 attributi dell'offerta (originalità dei personaggi, rilevanza dei temi trattati, notorietà tra i conoscenti, familiarità delle ambientazioni, livello del doppiaggio, contenuto comico, dinamicità delle battute, identificazione con il protagonista)

SPSS presenta le statistiche descrittive (medie e SD) per ogni oggetto (sit-com) rispetto a ogni attributo

	Wilks' Lambda	F	df1	df2	Sig.
originalità dei personaggi	.892	16.176	6	805	.000
rilevanza dei temi trattati	.957	6.008	6	805	.000
notorietà tra i conoscenti	.792	35.241	6	805	.000
familiarità delle ambientazioni	.911	13.037	6	805	.000
livello del doppiaggio	.953	6.630	6	805	.000
contenuto comico	.919	11.869	6	805	.000
dinamicità delle battute	.901	14.681	6	805	.000
identificazione con il protagonista	.945	7.806	6	805	.000

Il test di eguaglianza delle medie degli oggetti rispetto agli attributi mostra risultati significativi per tutti gli attributi (tutti i $p < .05$)

DISCRIMINANT ANALYSIS: UN ESEMPIO

Eigenvalues					Wilks' Lambda				
Function	Eigenvalue	% of Variance	Cumulative %	Canonical Correlation	Test of Function(s)	Wilks' Lambda	Chi-square	df	Sig.
1	.285 ^a	55.1	55.1	.471	1 through 6	.623	379.669	48	.000
2	.121 ^a	23.4	78.5	.328	2 through 6	.801	178.491	35	.000
3	.072 ^a	13.9	92.5	.259	3 through 6	.897	86.905	24	.000
4	.022 ^a	4.2	96.6	.145	4 through 6	.962	31.040	15	.009
5	.015 ^a	2.9	99.5	.121	5 through 6	.983	13.871	8	.085
6	.003 ^a	.5	100.0	.051	6	.997	2.116	3	.549

a. First 6 canonical discriminant functions were used in the analysis.

Dalla tabella degli eigenvalue è possibile verificare che **le prime due funzioni lineari discriminanti spiegano, in termini cumulati, il 78.2% della varianza**, che sembra un livello soddisfacente

Il **test di Wilks** mostra che **le prime due funzioni lineari discriminanti sono significative** (spiegano bene le differenze tra gli oggetti)

DISCRIMINANT ANALYSIS: UN ESEMPIO

Structure Matrix

	Function					
	1	2	3	4	5	6
notorietà tra i conoscenti	.953*	.028	-.226	.170	-.011	.085
familiarità delle ambientazioni	.531*	-.334	.169	-.186	.072	.500
contenuto comico	.479*	.296	.374	.336	-.058	.177
originalità dei personaggi	.475	.669*	-.025	-.319	-.070	.213
dinamicità delle battute	.448	.537*	.433	.330	.330	.138
rilevanza dei temi trattati	.232	.307	-.458*	.326	.129	.406
identificazione con il protagonista	.420	-.044	-.096	-.103	.677*	-.134
livello del doppiaggio	.373	.160	.232	.228	-.294	-.456*

Pooled within-groups correlations between discriminating variables and standardized canonical discriminant functions
Variables ordered by absolute size of correlation within function.

*. Largest absolute correlation between each variable and any discriminant function

Dalla **matrice di struttura** (focalizzando sui punteggi delle prime due funzioni lineari discriminanti) inferiamo che:

- la **prima funzione discriminante** è basata soprattutto sugli attributi notorietà tra i conoscenti (segno +) e familiarità delle ambientazioni (segno +): **Intimità**
- la **seconda funzione discriminante** è basata soprattutto sugli attributi originalità dei personaggi (segno +) e dinamicità delle battute (segno +): **Coolness**

DISCRIMINANT ANALYSIS: UN ESEMPIO

Functions at Group Centroids

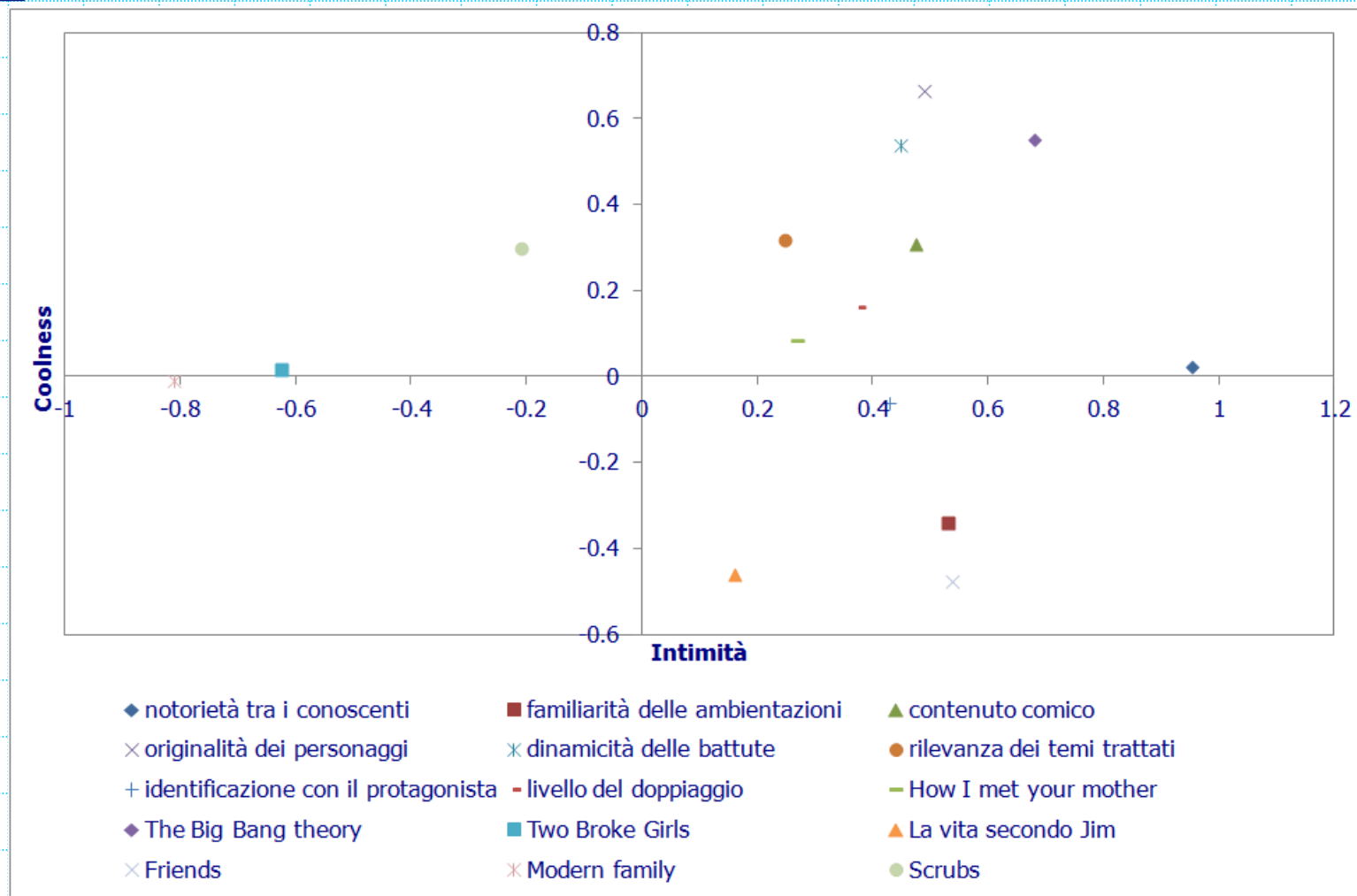
sitcom	Function					
	1	2	3	4	5	6
How I met your mother	.273	.085	.226	.050	.263	-.017
The Big Bang theory	.682	.559	.059	-.079	-.099	.044
Two Broke Girls	-.627	.027	.332	-.157	-.083	-.061
La vita secondo Jim	.174	-.472	.258	.199	-.105	.036
Friends	.540	-.466	-.331	-.169	.004	-.027
Modern family	-.820	-.010	-.200	-.055	.060	.083
Scrubs	-.222	.278	-.344	.212	-.042	-.058

Unstandardized canonical discriminant functions evaluated at group means

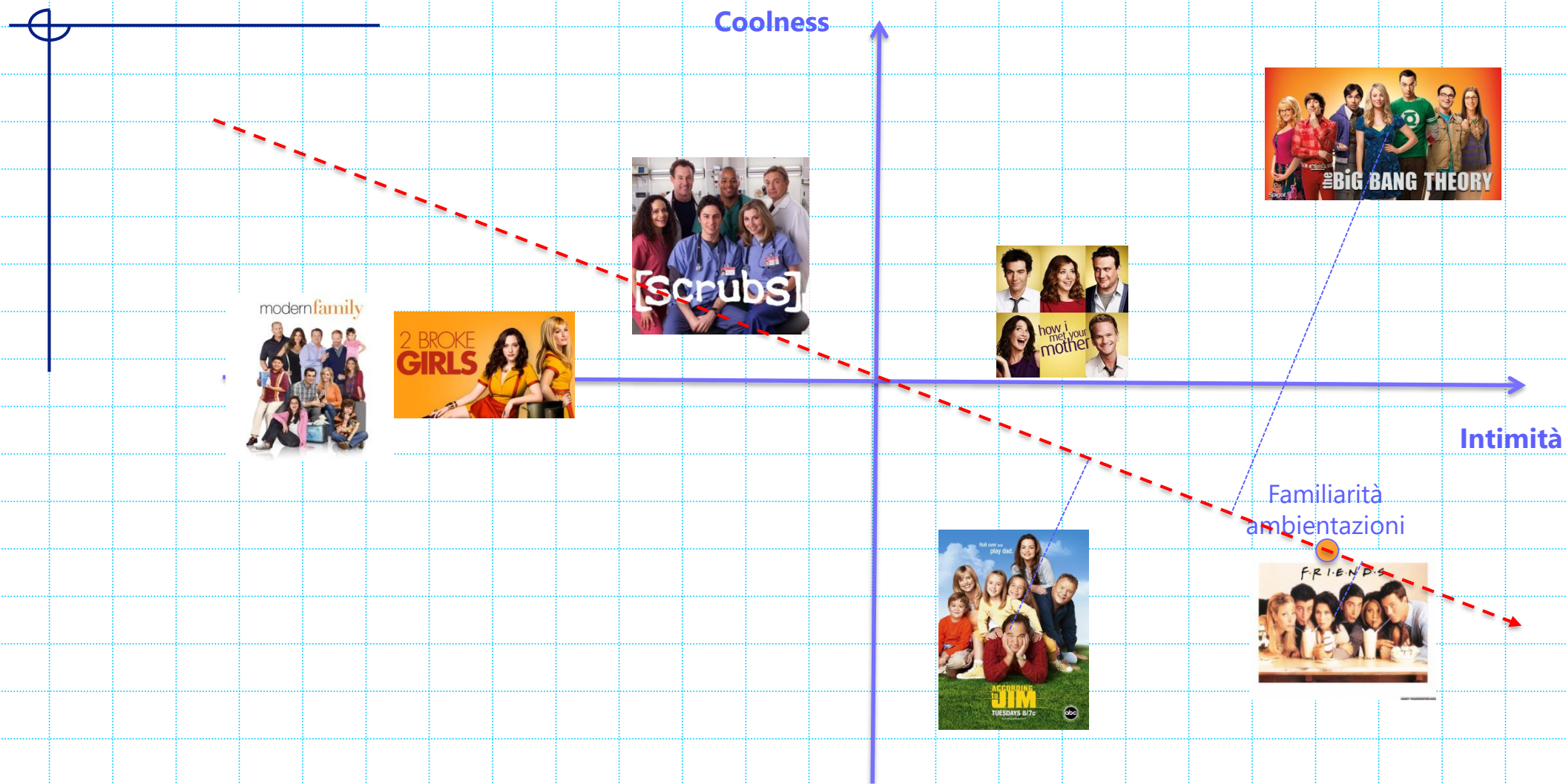
Dalle **funzioni dei baricentri dei gruppi** (focalizzando sui punteggi delle prime due funzioni lineari discriminanti) è possibile inferire le posizioni degli oggetti rispetto alle due funzioni discriminanti

Usando come coordinate i punteggi, rispetto alle prime due funzioni discriminanti, degli attributi (dalla matrice di struttura) e degli oggetti (dalle funzioni dei baricentri dei gruppi) è possibile costruire la **mapa di posizionamento delle sit-com**, usando il file *Positioning.xls*, che gestisce un bug di Excel nella creazione dei grafici a dispersione

DISCRIMINANT ANALYSIS: UN ESEMPIO



DISCRIMINANT ANALYSIS: UN ESEMPIO



DISCRIMINANT ANALYSIS: UN ESEMPIO

La mappa può essere interpretata considerando

- **le posizioni degli oggetti (sit-com) rispetto alle due funzioni lineari discriminanti:** Big Bang Theory è percepita come la serie più intima e cool; anche How I met your mother mostra valutazioni positive su entrambe le funzioni discriminanti, ma con intensità inferiori. La vita secondo Jim e Friends sono familiari, ma poco cool, mentre Scrubs è poco intimo, ma più cool della media; infine, Two Broke Girls e Modern Family sembrano percepite come simili, con ridotta intimità e coolness media.
- **le posizioni degli oggetti rispetto ai singoli attributi:** idealmente, per ogni attributo, si disegna il vettore che passa dal centro (0,0) e va verso il punto dell'attributo e si usa tale vettore per valutare le posizioni degli oggetti; ad esempio, rispetto all'attributo "familiarità delle ambientazioni" le sit-com con valutazioni più alte risultano Friends, La vita secondo Jim e Big Bang Theory.

MULTIDIMENSIONAL SCALING

Il **multidimensional scaling (MDS)** è una tecnica che permette di rappresentare geometricamente le distanze percettive (o anche oggettive; es.: distanze tra città) tra un set di oggetti

Nelle **applicazioni di marketing**, l'MDS è quindi utilizzato per posizionare marche o prodotti in termini di distanze, senza ricorrere a valutazioni su attributi dell'offerta; di conseguenza, l'MDS è particolarmente utile per analisi di posizionamento basate su elementi "non razionalizzabili"

Nella **ricerca pura**, l'MDS viene applicato anche con obiettivi di classificazione (vicinanza/distanza tra gruppi di oggetti)

MULTIDIMENSIONAL SCALING

I dati in input per il **multidimensional scaling (MDS)** sono costituiti da una matrice (simmetrica) delle distanze tra un set di oggetti

Esistono diversi algoritmi di MDS (ALSCAL, PROXSCAL, ecc.), che permettono di rappresentare geometricamente (utilizzando la **distanza euclidea**) le posizioni degli oggetti analizzati

L'output tipico delle applicazioni dell'MDS è rappresentato dai punteggi (coordinate) degli oggetti rispetto a **due dimensioni**, rappresentabili su una mappa di posizionamento; le dimensioni non hanno un significato ben definito: l'interpretazione della mappa si basa puramente sulle distanze tra gli oggetti e sull'eventuale posizione dell'oggetto **ideale**

Indicatori: nominali, ordinali, a intervallo

Indice di Stress di Kruskal: è una misura della bontà di adattamento del modello ai dati basata sulle distanze tra gli oggetti, che assume valori compresi tra 0 (adattamento perfetto) e 1 (adattamento pessimo); Kruskal segnala i seguenti valori di riferimento:

Valore di Stress	Giudizio modello
> 0.20	Insufficiente
0.10 – 0.20	Discreto
0.05 – 0.10	Buono
< 0.05	Ottimo

Indice di S-Stress di Young: è una misura della bontà di adattamento del modello ai dati basata sui quadrati delle distanze tra gli oggetti, che assume valori compresi tra 0 (adattamento perfetto) e 1 (adattamento pessimo), e che viene utilizzata come misura da minimizzare in alcuni algoritmi di calcolo (e.g., ALSCAL)

RSQ: è una misura della bontà di adattamento del modello ai dati simile all' R^2 ; sono preferibili valori dell'RSQ prossimi a 1

MULTIDIMENSIONAL SCALING: UN ESEMPIO

Ricerca sul posizionamento dei drink a basso contenuto alcolico

5 prodotti + l'ideale: valutazioni di similarità/dissimilarità

	Bacardi Breezer	Campari Mixx	Smirnoff	Eristoff	Havana Loco	Ideale
Bacardi Breezer	0					
Campari Mixx	3.91	0				
Smirnoff	3.37	4.46	0			
Eristoff	3.69	4.28	2.64	0		
Havana Loco	3.81	4.46	4.62	4.51	0	
Ideale	2.84	3.97	3.38	3.58	4.57	0

Applicazione dell'MDS: algoritmo ASCAL con distanze euclidee

Stress di Kruskal = 0.136

S-stress = 0.114

RSQ = 0.906

MULTIDIMENSIONAL SCALING: UN ESEMPIO



Interpretazione: distanze tra oggetti, vicinanza all'ideale, posizione dell'ideale, ove possibile confronto con mappe create con altre tecniche